

熵权物元分析法在辐射环境监测优化布点中的应用

林鸿雁¹, 张江山¹, 林少玲², 温焯明¹

(1. 福建师范大学环境科学与工程学院, 福建 福州 350007)

2. 福建师范大学福清分校数学与计算机科学系, 福建 福清 350300)

摘要: 应用物元分析理论和熵权法, 建立了辐射环境监测优化布点的理论模型并应用于实际, 对辐射环境监测布点方法作了改进。

关键词: 物元分析; 关联函数; 优化布点; 辐射监测

中图分类号: X830.1 文献标识码: B 文章编号: 1006-2009(2009)05-0062-04

Application of Substance Element Analysis Model Based on Coefficient of Entropy in Optimizing Sampling Sites for Environmental Radiation Monitoring

LIN Hong-yan¹, ZHANG Jiang-shan¹, LIN Shao-ling², WEN Ye-ming¹

(1. College of Environment Science and Engineering, Fujian Normal University, Fuzhou, Fujian 350007, China;

2. Department of Mathematics and Computer Science, Fuqing Branch of Fujian Normal University, Fuqing, Fujian 350300, China)

Abstract The theoretic model of optimized sampling sites was established by substance element analysis and coefficient of entropy for environmental radiation monitoring to improve the method of sampling sites selection.

Key words Substance element analysis; Related function; Optimizing sampling sites; Radiation monitoring

环境监测点的合理性分布关系到能否客观、准确地反映环境质量, 因此受到国内外的关注。优选数学模型是优化布点的主要手段, 物元分析法可用于解决环境监测的多指标优化布点。在物元分析法的应用中, 权重的设计是一项重要的内容, 对优化布点的结果有重要影响。现采用信息熵计算各指标的权重, 用评价指标值构成的判断矩阵来确定指标权重, 可以较好地消除各因素权重的主观性, 使优化布点的结果更符合实际。

1 建立物元分析模型

1.1 选择理想点和期望点

对监测点的各项污染物指标实测值进行比较, 选择出各项污染指标测值的最大值和最小值^[1-2]。对于正向型指标集, 其最小值和最大值分别构成“最佳理想点” a (最小值)和“最次理想点” b (最

大值), 并取各项指标监测值的均值构成“期望点” c (均值)。

1.2 建立标准物元矩阵和节域物元矩阵

由期望点 c 分别与最佳理想点 a 和最次理想点 b 构成两个标准物元矩阵:

$$R_{ac} = \begin{bmatrix} M_{ac} & Q_1 & (a_1, c_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ Q_j & (a_j, c_j) \\ \dots & \dots & \dots \\ Q_m & (a_m, c_m) \end{bmatrix} \quad (1)$$

收稿日期: 2009-04-02 修订日期: 2009-07-28

作者简介: 林鸿雁(1985-), 女, 福建福清人, 硕士研究生, 从事废水处理研究。

$$R_{bc} = \begin{bmatrix} M_{bc} & Q_1 & (c_b, b_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ Q_j & (c_j, b_j) \\ \dots & \dots & \dots \\ Q_m & (c_m, b_m) \end{bmatrix} \quad (2)$$

由 a, b 两点组成的事物, 其各项污染指标数值范围较标准事物数值范围扩大化了, 其量值范围组成节域事物的物元矩阵:

$$R_{ab} = \begin{bmatrix} M_{ab} & Q_1 & (a_1, b_1) \\ \dots & \dots & \dots \\ Q_j & (a_j, b_j) \\ \dots & \dots & \dots \\ Q_m & (a_m, b_m) \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中: M 表示某个事物; Q_j 表示关于该事物的第 j 个评价指标。

1.3 构成物元矩阵

将每个点位作为一个事物, 其污染指标的数值构成一个物元矩阵:

$$R_i = \begin{bmatrix} M_i & Q_1 & x_{i1} \\ \dots & \dots & \dots \\ Q_j & x_{ij} \\ \dots & \dots & \dots \\ Q_m & x_{im} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中: x_{ij} 为第 i 个点第 j 项污染指标值;

评价点 $i=1, 2, \dots, n$;

评价指标 $j=1, 2, \dots, m$ 。

1.4 熵权法确定权重

在该模型权重系数的确定过程中, 为了避免人为主观因素的干扰, 拟选用 Shannon 熵的方法, 从实测数据指标入手, 充分利用数据自身信息, 客观地确定出熵权。其具体步骤如下:

1.4.1 构建初始矩阵

设有 n 个样品, 每个样品有 m 个指标, 第 i 个样品第 j 个指标记为 x_{ij} , 其形成初始矩阵:

$$R = (x_{ij})_{nm} = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{n1} & x_{n2} & \dots & x_{nm} \end{bmatrix} \quad (5)$$

1.4.2 构建标准化矩阵

根据不同属性, 可将评价指标分为递增型指标 (随评价指标值的递增, 样本属性越优, 如 DO) 和递减型指标 (随评价指标值的递减, 样本属性越优, 如

$\text{NH}_3 - \text{N}$ 等)。因此, 在计算各指标权重之前, 有必

要先对每个样本进行归一化处理, 具体操作如下:

$$\begin{cases} x'_{ij} = (x_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} x_{ij}) / (\max_{1 \leq i \leq n} x_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} x_{ij}), \\ \text{递增型指标} \\ x'_{ij} = (\max_{1 \leq i \leq n} x_{ij} - x_{ij}) / (\max_{1 \leq i \leq n} x_{ij} - \min_{1 \leq i \leq n} x_{ij}), \\ \text{递减型指标} \end{cases} \quad (6)$$

从而得到标准化矩阵:

$$R' = \begin{bmatrix} x'_{11} & x'_{12} & \dots & x'_{1n} \\ x'_{21} & x'_{22} & \dots & x'_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x'_{n1} & x'_{n2} & \dots & x'_{nm} \end{bmatrix} \quad (7)$$

1.4.3 确定评价指标熵

设第 j 个指标下第 i 个待评价点评价指标值比重为:

$$P_{ij} = x'_{ij} / \sum_{i=1}^n x'_{ij} \quad (8)$$

则第 j 个评价指标的 Shannon 熵为:

$$\begin{aligned} e_j &= -\frac{1}{\ln n} \sum_{i=1}^n P_{ij} \ln P_{ij} \quad (\text{当 } P_{ij} = 0 \text{ 时, } P_{ij} \ln P_{ij} \\ &= 0) \end{aligned} \quad (9)$$

1.4.4 确定评价指标的熵权

第 j 个评价指标的权重为:

$$w_j = (1 - e_j) / \sum_{j=1}^m (1 - e_j), \quad \sum_{j=1}^m w_j = 1 \quad (10)$$

1.5 建立关联函数

根据节域物元矩阵和两标准物元矩阵, 分别建立待优化物元与两标准物元间的关联函数 $K_a(x_{ij}), K_b(x_{ij})$ 和综合关联函数 $K_a(x_i), K_b(x_i)$ 。以 $K_a(x_i), K_b(x_i)$ 为坐标轴, 做出所有待优化断面的点聚图。依据图中点的分布, 并结合实际情况进行优化设计。

各单项污染因子对“最佳”和“最次”理想点的关联函数值为:

$$\begin{aligned} K_a(x_{ij}) &= (x_{ij} - c_j) / (c_j - a_j) \\ K_b(x_{ij}) &= (x_{ij} - c_j) / (c_j - b_j) \end{aligned} \quad (11)$$

综合关联函数为:

$$\begin{aligned} K_a(x_i) &= \sum_{j=1}^m w_j K_a(x_{ij}) \\ K_b(x_i) &= \sum_{j=1}^m w_j K_b(x_{ij}) \end{aligned} \quad (12)$$

2 实例应用

(1) 某地区辐射环境土壤样品放射性核素含

量^[3], 最下 3 行还列出了“最佳理想点 *a*”“最次理想点 *b*”和“数学期望点 *c*”的数据。以该地区辐射环境监测的优化布点为例, 说明熵权物元分析模型的应用, 见表 1。

表 1 某地区辐射环境土壤样品放射性核素含量

编号	Bq/kg			
	²³⁸ U	²²⁶ Ra	²³² Th	⁴⁰ K
1	27.60	41.25	59.24	601.71
2	19.62	33.62	47.52	516.97
3	20.56	40.84	60.51	690.61
4	27.02	43.77	55.06	622.17
5	32.18	44.67	60.19	523.05
6	29.53	43.38	69.83	587.18
7	23.81	36.18	50.55	564.67
8	28.55	47.28	60.75	614.18
9	30.48	38.85	54.93	563.04
10	38.49	47.00	53.78	478.61
11	44.25	68.79	68.75	564.46
12	17.67	38.95	62.93	606.15
<i>a</i>	17.67	33.62	47.52	478.61
<i>b</i>	44.25	68.79	69.83	690.61
<i>c</i>	27.48	43.72	58.64	577.73

(2) 根据式 (1)、式 (2)、式 (3) 和表 1 中的数据, 分别建立标准物元矩阵和节域矩阵如下:

$$R_{ac} = \begin{bmatrix} M_{ac} & ^{238}\text{U} & (17.67, 27.48) \\ & ^{226}\text{Ra} & (33.62, 43.72) \\ & ^{232}\text{Th} & (47.52, 58.64) \\ & ^{40}\text{K} & (478.61, 577.73) \end{bmatrix}$$

表 3 综合关联函数结果

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
$K_a(x_i)$	0.046	-0.858	0.116	-0.017	0.049	0.426	-0.501	0.239	-0.509	-0.069	1.104	-0.114
$K_b(x_i)$	-0.058	0.662	-0.181	0.025	-0.011	-0.403	0.386	-0.183	0.427	0.096	-0.708	0.002

(6) 在以 K_a 、 K_b 为坐标轴的平面上, 分别作出各监测点位的点聚图, 如图 1 所示。

由图 1 可见, 12 个采样点分布在 II、IV 两个象限内。凡 II 象限内的点符合最劣点条件; 凡 IV 象限内的点符合最佳点条件。靠近坐标中心的点在一定条件下可以向第 II 象限、IV 象限转化。该论文点位分类的方法是: 计算所有点位与原点之间的距离 r 。在同一象限内, $r \leq 0.5$ 的点位为一类监测点, $0.5 < r \leq 1$ 的点位为一类监测点, $r > 1$ 的点位为一

$$R_{cb} = \begin{bmatrix} M_{cb} & ^{238}\text{U} & (27.48, 44.25) \\ & ^{226}\text{Ra} & (43.72, 68.79) \\ & ^{232}\text{Th} & (58.64, 69.83) \\ & ^{40}\text{K} & (577.73, 690.61) \end{bmatrix}$$

$$R_{ab} = \begin{bmatrix} M_{ab} & ^{238}\text{U} & (17.67, 44.25) \\ & ^{226}\text{Ra} & (33.62, 68.79) \\ & ^{232}\text{Th} & (47.52, 69.83) \\ & ^{40}\text{K} & (478.61, 690.61) \end{bmatrix}$$

(3) 根据式 (4) 和表 1 可分别写出 12 个测点的物元矩阵, 为节省篇幅, 现只给出 1 号测点的物元矩阵:

$$R_1 = \begin{bmatrix} M_1 & ^{238}\text{U} & 27.60 \\ & ^{226}\text{Ra} & 41.25 \\ & ^{232}\text{Th} & 59.24 \\ & ^{40}\text{K} & 601.71 \end{bmatrix}$$

(4) 根据熵权法确定指标权重系数, 结果如表 2 所示。

表 2 各指标熵值与权重

指标	²³⁸ U	²²⁶ Ra	²³² Th	⁴⁰ K
熵值	0.940	0.961	0.913	0.941
权重	0.245	0.159	0.355	0.241

(5) 根据式 (11)、式 (12) 计算综合关联函数值, 结果如表 3 所示。

类监测点。根据此方法的计算结果, 所有监测点可分为六类, 见表 4。

对于监测点位的选择, 不同文献有不同的方法, 大致可分为 3 种。方法 1^[4]: 选择符合程度较高的点作为优选点, 根据该方法优选结果为 2、6、7、9、11。方法 2^[5]: 选择符合程度最高和最不稳定有可能转化的点位, 根据该方法优选结果为 2、4、5、11。方法 3^[6]: 将分布相对集中的点进行分类, 并选择每一类点中符合程度最高的点作为该类点

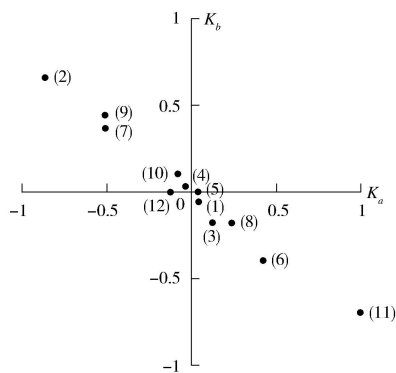


图 1 各点位点聚

表 4 各点位的分类结果

类别	点位	与原点的距离	距离平均值	优选点位
一	2	1.084	1.084	2
二	7	0.632	0.648	9
	9	0.664		
三	4	0.030	0.087	12
	10	0.118		
	12	0.114		
四	1	0.074	0.160	3
	3	0.215		
	5	0.050		
	8	0.310		
五	6	0.586	0.586	6
六	11	1.312	1.312	11

的代表, 根据该方法优选结果为: 2 6 8 9 10 11。

以上 3 种方法都具有一定合理性, 在综合这 3 种方法的基础上所得的优选结果如表 4 所示。由表 4 可见, 类别一、类别五、类别六仅包含一个点, 因此可选择这些点作为优选点, 即点 2 6 11。类别二包含两个点, 其中以 7 号点符合最劣点的程度最高, 因此选择此点作为优选点。而对于包含多个点的类别三、类别四如何选择最有代表性的监测点, 该论文在文献 [4-6] 的基础上改进。步骤如下: (1) 计算该类别所有的点与原点之间的距离 r_i ; (2) 计算这些距离的平均值; (3) 最接近该平均值的点即可作为该类别的优选点。

(7) 根据环境监测优化布点的原则, 优选点位的平均值应该接近优选前所有点位的平均值。以此作为标准, 将 3 种方法的优选结果与该论文所采用的优选方法 (方法 4) 结果进行比较, 结果见表 5。

表 5 各种优选方法核素含量均值的比较

方法	^{238}U	^{226}Ra	^{232}Th	^{40}K
传统方法 ^①	27.48	43.72	58.64	577.73
方法 1/(Bq·kg ⁻¹)	29.53	44.16	58.32	559.26
与传统方法的相对偏差 %	7.5	1.0	-0.6	-3.2
方法 2/(Bq·kg ⁻¹)	30.77	47.71	57.88	556.66
与传统方法的相对偏差 %	12.0	9.1	-1.3	-3.7
方法 3/(Bq·kg ⁻¹)	31.81	46.49	59.26	554.07
与传统方法的相对偏差 %	15.8	6.3	1.1	-4.1
方法 4/(Bq·kg ⁻¹)	27.02	44.07	60.75	588.07
与传统方法的相对偏差 %	-1.7	0.8	3.6	1.8

① 传统方法是在辐射环境监测中, 依据国家相关标准中规定的采样基本原则, 在保证样品的代表性、均匀性及适时性的前提下, 按事先设计好的采样方案和程序进行样品采集的方法, 如对角线布点法、梅花形布点法、棋盘式布点法、蛇形布点法及多种布点方法交叉混合方法。

由表 5 可见: 方法 4 各核素含量均值与传统方法的相对偏差均在 ±5% 以内。比较方法 1 方法 2 方法 3 该方法的相对偏差较小。因此, 应用该方法选择监测点的结果是合理可靠的。

3 结论

熵权物元分析法使用简便, 评价结果直观、可靠。改进后的方法可方便地选择多因素多指标采样点, 不必人为地考虑其他分类指标。应用关联函数可自动解决各指标间复杂的相互作用等问题, 并且画出点聚图便可直接得出结果。

[参考文献]

[1] 张勇, 黎雪梅. 物元分析在环境质量评价及优化布点的应用 [J]. 环境科学与技术, 2005, 28(S1): 114-116.

[2] 饶清华, 张江山. 熵权物元分析模型在湖泊富营养化评价中的应用 [J]. 环境工程, 2006, 24(6): 80-83.

[3] 史东生, 周春林, 弟宇鸣. 辐射环境监测优化布点的特征分析方法 [J]. 环境监测管理与技术, 2006, 18(4): 36-38.

[4] 李祚泳. 环境监测优化布点的物元分析模型 [J]. 环境工程, 1996, 14(3): 46-49.

[5] 孙中党, 毕雪玲, 康莉萍, 等. 物元分析法在郑州市大气监测优化布点中的应用 [J]. 河南科学, 1999, 17(2): 194-199.

[6] 高明慧. 用物元分析法进行水质环境监测优化布点的研究 [J]. 环境科学进展, 1997, 5(3): 77-81.