北京地铁列车运行引起建筑室内振动污染特征与评价

胡月琪,马秋月,马召辉,张虎,侯帅
(北京市环境保护监测中心,大气颗粒物监测技术北京市重点实验室,北京　100048)

摘　要:以分频最大振级(VL_{max})和最大 Z 振级(VL_{Zmax})作为评价量,结合相关标准,监测与评价北京市地铁列车运行引起的临近建筑室内振动。结果表明:北京市 2 条地铁线路的振动特征频率分别为 25 Hz、31.5 Hz、40 Hz 和 63 Hz,以 40 Hz 为主;特征频率上振动加速度级(VAL)增量明显;VL_{max}、VL_{Zmax} 的大小既与频率计权因子不统一有关,也与地铁对建筑室内振动的影响程度及振动能量在不同中心频率上的分布差异直接相关;地铁隧道埋深较水平距离对地铁振动衰减作用显著;地铁振动监测与评价的频率范围可统一为对人体影响较大的 1 Hz ~ 80 Hz,并统一频率计权因子。

关键词: 地铁;室内振动;1/3 倍频程;特征频率;北京
中图分类号:X827　　**文献标志码**:B　　**文章编号**:1006 - 2009(2020)01 - 0032 - 05

Pollution Characteristics and Evaluation of Subway-Induced Indoor Ground-borne Vibration in Beijing

HU Yue-qi, MA Qiu-yue, MA Zhao-hui, ZHANG Hu, HOU Shuai
(*Beijing Key Laboratory of Airborne Particulate Matter Monitoring Technology*, *Beijing Municipal Environmental Protection Monitoring Center*, *Beijing* 100048, *China*)

Abstract: According to relevant standards, using frequency division maximum vibration level(VL_{max}) and maximum z-vibration level(VL_{Zmax}) as evaluation indexes, the indoor ground-borne vibration induced by subway in the nearby buildings in Beijing was monitored and evaluated. The results showed that the characteristics frequency of indoor ground-borne vibration of two subway lines in Beijing were 25 Hz, 31.5 Hz, 40 Hz and 63 Hz respectively, 40 Hz was the main frequency. The vibration acceleration level(VAL) increased obviously. The size of VL_{max} and VL_{Zmax} were not only related to non-uniform frequency weight factors, but also the influence of subway on indoor vibration and the distribution difference of vibration energy in different center frequencies. Compared with horizontal distance, the burial depth of subway tunnel had a significant effect on vibration attenuation. The frequency range should be unified into 1 Hz ~ 80 Hz which greatly affected human body in vibration monitoring and evaluation, and the frequency weight factors should be unified.

Key words: Subway; Indoor vibration; 1/3 octave band; Characteristic frequency; Beijing

城市地下轨道交通经常在敏感建筑物下方穿越或近距离经过,其运行引发的低频噪声和振动对沿线古建筑物、居民的居住环境及身体健康等均产生显著影响[1-4]。国内外相关研究分析了地铁列车运行对沿线建筑引起的室内振动和噪声影响及其控制措施[5],以及通过数值模拟方法探讨了地铁列车运行引起沿线建筑物室内振动与结构噪声的分布规律[6-7],并对两者相关性进行了分析和实测研究[8-9]。有学者提出了地铁列车运行引起的沿线建筑室内振动和结构噪声的监测方法与评价量问题[10-12],以及分析和探讨了城市地下轨道交通环境振动影响评价方法与评价指标[13-15]。

今采集和分析北京地铁列车运行引起的沿线敏感建筑室内振动 1/3 倍频程振动加速度级

收稿日期:2018 - 09 - 28;**修订日期**:2019 - 12 - 12
基金项目:国家环境保护标准制修订基金资助项目(2014 - 24)
作者简介:胡月琪(1971—),男,江西吉安人,高级工程师,学士,研究方向为环境与污染源监测研究。

(VAL)时间历程频谱数据,获取地铁列车振动事件,开展针对地铁运行引起的建筑室内振动监测与评价研究,探索准确监测与评价地铁振动方法,探究地铁列车运行引起的建筑室内振动污染特征及其影响因素,以合理评估地铁列车运行对沿线敏感建筑物与居民生活的影响,以期为相关管理部门采取治理措施和治理决策提供技术依据与支撑。

1　材料与方法

1.1　测点位置信息

选择北京市 2 条地铁线路(a 线,b 线),技术标准均为:最高设计时速 80 km/h,标准轨道宽 1 435 mm,B 型车 6 节编组,直流 750 V 第三轨供电;隧道埋深为:a 线 8 m ~ 10 m,b 线 15 m ~ 20 m。在 a 线上布设 1 个测点(a1),在 b 线上布设 2 个测点(b1、b2),3 个测点均位于临近地铁的普通平房室内地面振动敏感处,距离任一墙面 0.5 m 以上,a1、b1、b2 测点距外轨中心线垂直上方水平距离分别为 50 m ~ 60 m、10 m ~ 20 m、15 m ~ 25 m,且 b1 距离地铁弯道多于 500 m。

1.2　监测方法

结合《城市区域环境振动测量方法》(GB 10071—1988)(以下简称《GB 10071—1988》)《城市区域环境振动标准》(GB 10070—1988)(以下简称《GB 10070—1988》)《城市轨道交通引起建筑物振动与二次辐射噪声限值及其测量方法标准》(JGJ/T 170—2009)(以下简称《JGJ/T 170—2009》)针对地铁列车运行引起沿线敏感建筑室内振动测量与评价方法要求,利用升级后的 AWA 6291 型环境振动分析仪(杭州爱华仪器有限公司),于 2014 年 7、8 月在 3 个测点进行实时测量,连续测量 1 h,采样频率为 1 组/s,采集 1 Hz ~ 200 Hz 频率范围内 1/3 倍频程各中心频率的 VAL_i 时间历程频谱数据。测量时关闭测点室内其他可能产生振动的振源,避免其他振动源对测量信号的干扰。

2　结果与讨论

为了数据分析的需要,结合《GB 10071—1988》和《JGJ/T 170—2009》中对地铁列车运行引起建筑室内振动的评价要求,计算分析最大 Z 振级 VL_{Zmax}、经 W_k 计权因子修正后的分频最大振级 VL_{max}、1/3 倍频程各中心频率最大振动加速度级 $VAL_{max,i}$、经 W_k 计权因子修正后的 1/3 倍频程各中心频率最大振级 $VL_{max,i}$、扣除地铁列车振动事件的 1/3 倍频程各中心频率累积百分振动加速度级 $VAL_{10,i}$ 和累积百分 Z 振级 VL_{Z10},以期认识地铁列车运行引起建筑室内振动的污染特征,探讨建筑室内振动的相关影响因素及其评价标准问题。

2.1　地铁运行室内分频 VAL 时域变化特征

通过分析地铁列车通过测点 a1、b1 处,历时 1 min 左右时间 1/3 倍频程各中心频率的 VAL 和 Z 振级时间历程的实测数据,结果发现,地铁列车通过测点 a1、b1 处时中心频率在 20 Hz ~ 80 Hz 范围内 VAL 有明显波动。测点 a1 的 VAL 在振动频率 31.5 Hz、40 Hz 波动明显,最大波动幅度均在 30 dB 以上,在其他中心频率上波动幅度显著减小,Z 振级波动幅度在 20 dB 以上;测点 b1 的 VAL 在振动频率 40 Hz、50 Hz、63 Hz 处有一定波动,最大波动幅度为 10 dB ~ 15 dB,其他中心频率处略有波动,Z 振级波动幅度也不明显,在 4 dB 左右。

分析表明,北京地铁列车运行密度为 2 min ~ 4 min 一列,每列列车通过测点的时间为 6 s ~ 8 s,其引起建筑室内振动的 1/3 倍频程各中心频率的 VAL 波动时间为 15 s 左右,即地铁列车振动事件持续时间与列车引起建筑室内结构噪声事件持续时间[16]基本一致,这也与文献[13]的结论相同。

2.2　地铁运行室内振动影响总体分析

分析各测点 1/3 倍频程 VAL 时间历程频谱数据,按 $VAL_{max,i}$ 对应中心频率及与其临近的几个频率中,以 VAL 在列车通过前后变化量最大的中心频率为特征频率,查找并获取地铁列车振动事件。

列车通过测点时,在 1 Hz ~ 200 Hz 频率范围内每个 1/3 倍频程中心频率上均可得到 1 个 $VAL_{max,i}$,各中心频率上的 $VAL_{max,i}$ 构成该次地铁列车振动事件的 $VAL_{max,i}$ 数据组。

分析各测点 1/3 倍频程 VAL 时间历程频谱数据,得到每次地铁列车振动事件的 $VAL_{max,i}$ 数据组、VL_{Zmax},以及扣除地铁列车振动事件的 1/3 倍频程各中心频率 $VAL_{10,i}$ 和 VL_{Z10}。

$VAL_{max,i}$ 和 VL_{Zmax} 均是每次列车通过各测点时产生的最大振动信号,而扣除地铁列车振动事件的 $VAL_{10,i}$ 和 VL_{Z10} 被认为是背景振动的峰值,故相应中心频率上的 $VAL_{max,i} - VAL_{10,i}$ 和 $VL_{Zmax} - VL_{Z10}$ 的变化量可被认为是地铁列车通过测点时引起的振动能量增加值。图 1 为各测点在测量时间段内 $VAL_{max,i} - VAL_{10,i}$ 的结果。

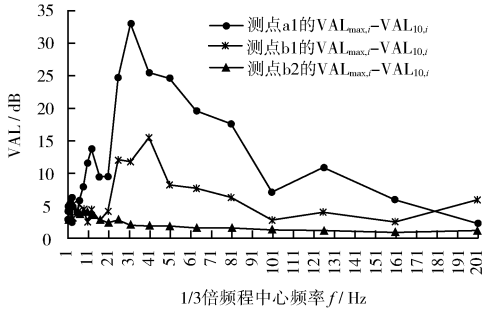

图 1　各测点 $VAL_{max,i}-VAL_{10,i}$ 实测结果

Fig. 1　Results of $VAL_{max,i}-VAL_{10,i}$ in each measurement point

由图 1 可见,测点 a1、b1 在 25 Hz ~ 50 Hz 处振动信号增强明显,其中测点 a1 在 31.5 Hz 处有 1 个明显的峰值,该中心频率上 VAL 增幅高达 33 dB,且测点 a1 处 VL_{Zmax} 增加值也达到 20.9 dB;测点 b1 在 40 Hz 处出现了 1 个峰值,该中心频率上 VAL 最大增幅为 15.5 dB,可 VL_{Zmax} 增加值仅 5.6 dB。另外,测点 a1 处各中心频率上的 $VAL_{max,i}$ 比测点 b1 有显著增加,这是由于测点 a1 距外轨垂直上方的水平距离虽然较测点 b1 远 40 m ~ 50 m,但是该测点处地铁隧道埋深较测点 b1 处浅 7 m ~ 12 m。地铁列车运行对建筑室内振动的影响与地铁隧道埋深、建筑物特征、地基地质条件、建筑距地铁外轨垂直上方的水平距离等因素有关[17-18]。北京地基地质条件差别不大,地铁列车及其运行状况大致相当,且测点 a1、b1 的建筑物特征基本一致。可见,相对于距地铁外轨垂直上方的水平距离而言,地铁隧道埋深对地铁运行引起建筑室内振动水平具有更显著的衰减作用,这与地铁列车运行引起的建筑室内结构噪声的衰减结论[16]一致。

测点 b2 处各中心频率的 $VAL_{max,i}$ 变化均不明显,增幅在 0.9 dB ~ 4.8 dB 之间,并且没有明显的峰值;其 VL_{Zmax} 仅增加了 1.2 dB,且各中心频率的 $VAL_{max,i}$ 随中心频率的增加增幅逐步趋小。可见,地铁列车运行对测点 b2 处建筑室内振动环境影响有限,地铁振动时间历程频谱数据无明显变化。虽然测点 b1 和 b2 同设在地铁 b 线上方,但测点 b1 与外轨中心线垂直上方的水平距离较 b2 略近,且距离测点 b1 处 500 m 多是地铁弯道,导致其引起的建筑室内振动信号较测点 b2 处有明显增强。

2.3　地铁运行室内振动及其频率特征分析

分析各测点 1/3 倍频程 VAL 时间历程频谱数据,获得所有通过测点的近轨列车或远轨列车振动事件的 1/3 倍频程各中心频率 $VAL_{max,i}$ 数据组,并分别进行算术平均。图 2 为测点 a1 和 b1 的背景振动 $VAL_{10,i}$、地铁振动事件的 $VAL_{max,i}$ 均值与《JGJ/T 170—2009》标准限值比较。图中《JGJ/T 170—2009》的 2、3、4 类区域各中心频率上的标准限值均为已还原为按 W_k 频率计权因子修正前的限值[12],即各中心频率上 $VAL_{max,i}$ 的限值。

由图 2 可见,测点 a1 只监测到了近轨列车引起的建筑室内振动,表明地铁 a 线远轨列车对测点 a1 处振动环境无明显影响,可能由于测点 a1 距远轨中心线的水平距离远约 80 m,且测点 a1 与远轨之间有近轨隧道的衰减作用;而近轨列车通过时,$VAL_{max,i}$ 在中心频率 31.5 Hz 和 40 Hz 处均出现尖锐峰值,且较背景振动 $VAL_{10,i}$ 均有明显增加,分别达 34.5 dB 和 32.4 dB,可见地铁 a 线引起建筑室内振动的特征频率为 31.5 Hz 和 40 Hz。同时,列车通过时特征频率上的 $VAL_{max,i}$ 均超过《JGJ/T 170—2009》的 3、4 类区域昼间限值标准,而其余 1/3 倍频程中心频率上 $VAL_{max,i}$ 均低于《JGJ/T 170—2009》的 0、1 类区域夜间限值标准。

测点 b1 处 $VAL_{max,i}$ 在中心频率 25 Hz 出现峰值并较背景振动有明显增加,近轨列车和远轨列车增加量分别为 10.1 dB 和 7.5 dB;$VAL_{max,i}$ 在中心频率 50 Hz 虽出现峰值但较背景振动增加不显著,而在 40 Hz 处近轨列车和远轨列车 $VAL_{max,i}$ 增加量显著,分别为 15.3 dB 和 8.5 dB;在 63 Hz 处近轨列车和远轨列车 $VAL_{max,i}$ 增加量分别为 9.3 dB 和 9.7 dB。可见,地铁 b 线引起建筑室内振动的特征频率为 25 Hz、40 Hz 和 63 Hz。且测点 b1 所有列车在各中心频率上的 $VAL_{max,i}$ 均低于《JGJ/T 170—2009》各类区域的限值标准。

地铁列车运行引起的建筑室内振动频率特征与地铁列车运行引起的建筑室内结构噪声平房测点的频率特征[16]基本一致。文献[10]认为,地铁引起室内振动的特征频率为 50 Hz,并在 100 Hz 亦出现峰值,可能由于研究方法的不同,以及分析方法的差异,文中研究结论与其略有不同。

由图 2 可见,测点 a1 处 $VAL_{10,i}$ 在 6.3 Hz ~ 100 Hz 范围内明显高于测点 b1,可能是由于在地铁列车对各测点影响的主要频率范围内,振动影响大小的差异及其拖尾效应不同程度地抬升了测点 a1 背景振动 $VAL_{10,i}$ 的缘故;而在 1 Hz ~ 5 Hz、

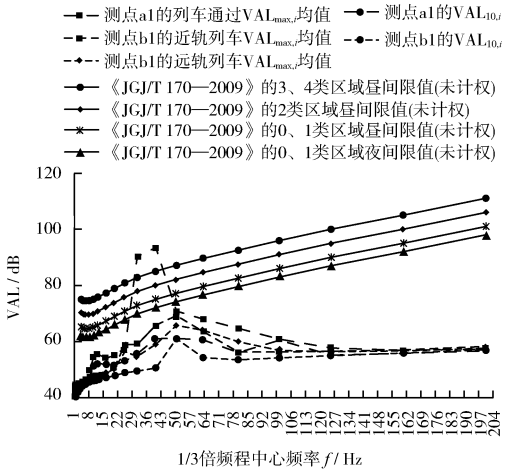

图 2　测量时间内 $VAL_{10,i}$、$VAL_{max,i}$ 均值与《JGJ/T 170—2009》标准限值比较

Fig. 2　Comparison of $VAL_{10,i}$ and the average of $VAL_{max,i}$ in the measurement time with the standard limits in JGJ/T 170—2009

125 Hz ~ 200 Hz 范围内，a1 和 b1 处的 $VAL_{max,i}$ 均值、$VAL_{10,i}$ 分别基本重合。表明，地铁运行对建筑室内振动有影响的频率范围为 6.3 Hz ~ 100 Hz。

另外，在 1 Hz ~ 20 Hz、100 Hz ~ 200 Hz 频率范围内，测点 a1 和 b1 处列车通过时 $VAL_{max,i}$ 均值较 $VAL_{10,i}$ 变动不明显，增加值基本不超过 3 dB；而在 25 Hz ~ 80 Hz 频率范围内地铁运行对室内振动均有不同程度显著贡献。可见，地铁列车通过时引起建筑室内振动的主要频率范围为 25 Hz ~ 80 Hz，这与文献[13]的结论基本一致。

《JGJ/T 170—2009》规定的测试频率范围 4 Hz ~ 200 Hz 可能过宽，相关研究认为，人体对于 100 Hz 以下频率敏感，且该频率范围与人体脏器频率一致，与人体健康和身体感受显著相关，而地铁引起建筑室内振动的频率范围在 100 Hz 以下。因此，可将地铁振动测试频率范围调整为对人体影响较大的 1 Hz ~ 80 Hz，并与《GB 10070—1988》《GB 10071—1988》的规定相统一。

2.4　地铁运行室内振动的评价

《JGJ/T 170—2009》规定地铁室内振动除应满足标准中 VL_{max} 的限值外，还应符合《GB 10070—1988》中 VL_{Zmax} 的限值要求，故地铁振动的评价量为 VL_{max} 和 VL_{Zmax}。

将每次地铁列车振动事件的 1/3 倍频程各中心频率 $VAL_{max,i}$ 数据组按 W_k 计权因子修正后得到各中心频率 $VL_{max,i}$ 数据组，取各中心频率 $VL_{max,i}$ 的最大值，即可得到该次地铁列车振动事件的评价量 VL_{max}。研究表明，测点 a1 和 b1 处在 1 h 测量时间内分别取得的 21 次和 25 次地铁列车事件的 VL_{max} 均出现在特征频率上。图 3 为地铁列车事件实测 VL_{max}、VL_{Zmax} 与《GB 10070—1988》《JGJ/T 170—2009》标准限值比较。

由图 3 可见，测点 a1 处实测 VL_{Zmax} 和 VL_{max} 均超过相应标准 4 类交通干线道路两侧区域的昼间标准限值要求，且 90% 实测结果超过《GB 10070—1988》铁路干线两侧区域 80 dB 的昼夜标准限值。可见，地铁 a 线对临近建筑物与居民居住环境产生较大影响，与测试现场的感受一致，须采取进一步的减振措施。测点 b1 处实测 VL_{Zmax} 和 VL_{max} 均低于《GB 10070—1988》《JGJ/T 170—2009》中 0 类特殊住宅区夜间标准限值 65 dB 和 62 dB，地铁 b 线对临近建筑与居民居住环境的影响有限。

测点 b1 距外轨中心线垂直上方水平距离较测点 a1 近 40 m 多，而地铁 b 线隧道埋深较地铁 a 线深 7 m ~ 12 m，列车通过时测点 b1 处的 VL_{max}、VL_{Zmax} 均较测点 a1 低了 20 dB。可见，相对于距外轨中心线垂直上方水平距离而言，地铁隧道埋深对地铁运行引起建筑室内振动水平具有更显著的衰减作用，与地铁列车运行引起的建筑室内结构噪声的衰减结论[18]一致。

2.5　评价量 VL_{max} 与 VL_{Zmax} 的比较分析

从图 3 还看出，VL_{max} 与 VL_{Zmax} 的总体变化趋势

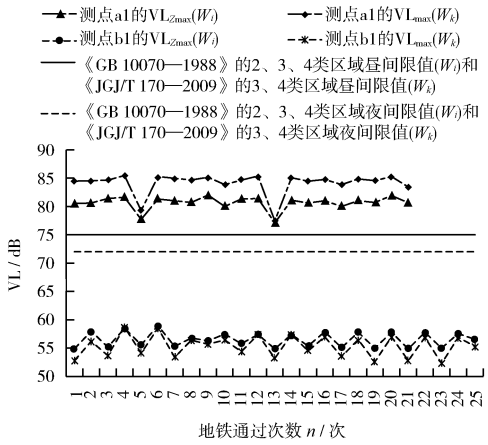

图 3　VL_{max}、VL_{Zmax} 实测结果与《GB 10070—1988》《JGJ/T 170—2009》标准限值比较

Fig. 3　Comparison of VL_{max} and VL_{Zmax} with the standard limits in GB 10070—1988 and JGJ/T 170—2009

基本一致,可二者数值大小无法简单判断。在测点 a1 处 $VL_{max} > VL_{Zmax}$,而测点 b1 处 $VL_{max} < VL_{Zmax}$。测点 a1 由地铁运行引起建筑室内振动影响的特征频率处均出现尖锐峰值且振动能量增加显著,可能导致 $VL_{max} > VL_{Zmax}$;而测点 b1 由地铁运行引起建筑室内振动影响的特征频率处峰值平缓,振动能量增加不明显,故 $VL_{max} < VL_{Zmax}$。

VL_{Zmax}是地铁列车事件中某时刻 1/3 倍频程各中心频率的 VAL 经原国际标准 ISO 2631.1:1985[等效于原国家标准《人体全身振动环境的测量规范》(GB/T 13441—1992)]规定的全身振动 Z 计权因子(W_i)修正后得到的最大 Z 振级;而 VL_{max} 则是地铁列车振动事件中 1/3 倍频程各中心频率 $VAL_{max,i}$数据组经现行国际标准 ISO 2631.1:1997[等效于现行国家标准《机械振动与冲击　人体暴露于全身振动的评价　第 1 部分:一般要求》(GB/T 13441.1—2007)]规定的全身振动 Z 方向的计权因子(W_k)修正后的各中心频率 $VL_{max,i}$数据组的最大值。显然,VL_{max}与 VL_{Zmax}获取方法不同。

文献[12]表明,相关频率计权因子 W_i与 W_k的物理意义与数值有本质不同:在 1 Hz ~ 4 Hz 的低频部分,W_i计权值大于 W_k计权,相差 0.3 dB ~ 2.5 dB,平均相差 1.5 dB;在 4 Hz ~ 8 Hz 频段,W_i计权值与 W_k计权基本相等;而在 8 Hz ~ 80 Hz 频段,W_i计权值小于 W_k计权,相差 1.9 dB ~ 4.2 dB,平均相差 3 dB。因此,环境振动信号在以不同计权因子修正后的结果显然存在一定差异。

可见,VL_{max}与 VL_{Zmax}之间的大小无法简单评判,与其获取方法不同及频率计权因子不统一有关[12],也与地铁运行引起建筑室内振动的影响程度及振动能量在不同中心频率的分布差异有关。

3　结论

(1)地铁列车运行引起临近建筑室内振动的影响频率范围为 25 Hz ~ 80 Hz,地铁振动测试频率范围宜统一为对人体影响敏感的 1 Hz ~ 80 Hz。

(2)地铁振动特征频率分别为 25 Hz、31.5 Hz、40 Hz 和 63 Hz,以 40 Hz 为主,且地铁列车通过时特征频率上的 VAL 增量明显。

(3)地铁隧道埋深对临近建筑室内振动和居住环境影响较距外轨中心线垂直上方水平距离影响显著。

(4)VL_{max}与 VL_{Zmax}的大小无法简单评判,与其获取方法不同及频率计权因子不统一有关,也与地铁对建筑室内振动的影响程度及振动能量在不同中心频率的分布差异有关。

[参考文献]

[1] WALKER J G, CHAN M F K. Human response to structurally radiated noise due to underground railway operations[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 193(1): 49 – 63.

[2] 申道明,唐和生,胡长远,等. 地铁运行引起室内二次辐射噪声烦恼度阈值分析[J]. 结构工程师, 2013, 29(1): 40 – 46.

[3] 李燕超,刘志红,仪垂杰,等. 噪声地图在环境噪声监测中的应用[J]. 环境监测管理与技术, 2018, 30(2): 39 – 42.

[4] 张纯淳. 利用频域分析法识别不明噪声噪声源——以某信访案为例[J]. 环境监测管理与技术, 2011, 23(S0): 96 – 98.

[5] FRANCOIS S, PYL L, MASOUMI H R, et al. The influence of dynamic soil-structure interaction on traffic induced vibrations in buildings[J]. Soil Dynamics and Earthquake Engineering, 2007, 27(7): 655 – 674.

[6] 肖永武,汪洁,唐和生,等. 地铁引起建筑结构振动及室内辐射噪声的数值分析[J]. 结构工程师, 2014, 30(6): 77 – 84.

[7] FIALA P, DEGRANDE G, AUGUSZTINOVICZ F. Numerical modelling of ground-borne noise and vibration in buildings due to surface rail traffic[J]. Journal of Sound and Vibration, 2007, 301(3 – 5): 718 – 738.

[8] 储益萍. 地铁引起的结构振动与噪声及其相关性分析[J]. 噪声与振动控制, 2011, 31(4): 85 – 88.

[9] HOOD R A, GREER R J, BRESLIN M, et al. The calculation and assessment of ground-borne noise and perceptible vibration from trains in tunnels[J]. Journal of Sound and Vibration, 1996, 193(1): 215 – 225.

[10] 张中平,郭建辉. 地下轨道交通结构噪声与振动频率特性分析[J]. 环境监控与预警, 2014, 6(3): 26 – 31, 35.

[11] 辜小安,谢咏梅,刘扬. 地铁列车运行引起建筑物二次辐射噪声执行标准探讨[J]. 现代城市轨道交通, 2012(4): 56 – 59.

[12] 胡月琪,张中平,郭建辉,等. 地铁引起建筑室内振动监测与评价探讨[J]. 环境科技, 2017, 30(1): 53 – 57.

[13] 唐和生,申道明,薛松涛. 地铁引起建筑物振动评价量及限值实测与探讨[J]. 振动与冲击, 2012, 31(21): 89 – 93.

[14] 万胜国,梁晖,周华杰. 地铁运行引起环境振动的评价方法[J]. 武汉工程大学学报, 2009, 31(5): 25 – 28.

[15] 雷彬,王毅. 城市轨道交通振动环境影响评价量选择的理论与实践分析[J]. 铁道勘测与设计, 2007(1): 18 – 23.

[16] 胡月琪,刘倩,王铮,等. 北京市地铁列车运行引起的建筑室内结构噪声污染特征与评价[J]. 环境工程技术学报, 2017, 7(5): 606 – 614.

[17] DEGRANDE G, CLOUTEAU D, OTHMAN R, et al. A numerical model for ground-borne vibrations from underground railway traffic based on a periodic finite element-boundary element formulation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 293(3 – 5): 645 – 666.

[18] 李宪同,于浩伟,魏东,等. 地铁振动与噪声对周围建筑物的影响及控制措施[J]. 北方环境, 2011, 23(4): 183 – 185.